

Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près

EXERCICE 1

On considère que la durée de vie T d'un appareil, exprimée en années, est une variable aléatoire de loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,125$.

1. Calculer l'espérance $E(T)$ de la variable aléatoire T . Interpréter ce résultat.
2. Calculer la probabilité que cet appareil ait une durée de vie inférieure à 8 ans.
3. Calculer la probabilité que cet appareil ait une durée de vie supérieure à 10 ans.
4. Calculer la probabilité que cet appareil ait une durée de vie comprise entre 6 ans et 10 ans.

EXERCICE 2

Une machine permet le conditionnement d'un jus de fruit dans des bouteilles. La quantité de jus injecté dans une bouteille par la machine, exprimée en ml (millilitre), est modélisée avec une variable aléatoire réelle X . On admet que celle-ci suit une loi normale de moyenne $\mu = 500$ et d'écart-type $\sigma = 2$. On prélève une bouteille au hasard en fin de chaîne de remplissage.

1. Déterminer $P(X \leq 496)$.
2. Déterminer la probabilité que la bouteille ait un contenu compris entre 497 et 500 millilitres.
3. Comment choisir la valeur de α afin que $P(500 - \alpha \leq X \leq 500 + \alpha)$ soit approximativement égale à 0,95 à 10^{-2} près.

EXERCICE 3

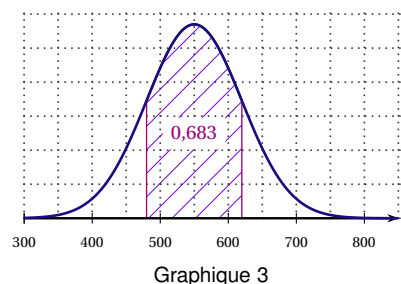
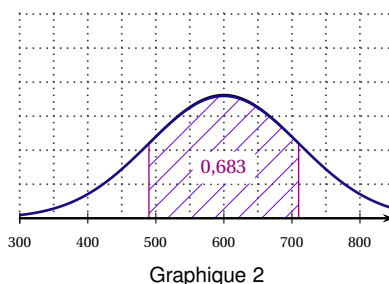
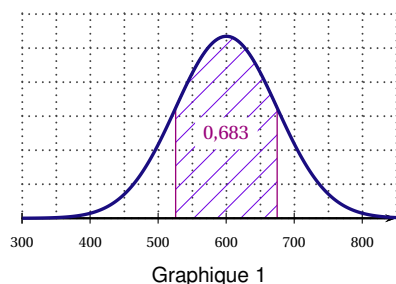
Une entreprise fabrique, en grande quantité, des batteries Lithium-ion pour smartphone.

PARTIE A

Le nombre de cycles de charge d'une batterie est appelé durée de vie de la batterie.

La durée de vie des batteries Lithium-ion mises en vente par cette entreprise est modélisée par la variable aléatoire X suivant la loi normale de moyenne $\mu = 600$ et d'écart-type $\sigma = 74,6$.

1. La fonction densité associée à X est représentée sur un seul de trois graphiques ci-dessous. Quel est ce graphique? Expliquer le choix.



2. a) Déterminer $P(550 \leq X \leq 1000)$.
b) Quelle est la probabilité que la durée de vie d'une batterie soit inférieure à 500 cycles de charge?

PARTIE B

Le service commercial affirme que 91% des batteries proposées à la vente ont une durée de vie supérieure à 500 cycles de charge.

Pour vérifier cette affirmation, un laboratoire indépendant a reconstitué la vie de 100 batteries en simulant des cycles de charge et de décharge pour déterminer leur durée de vie en fonction de différents facteurs. Sur ce lot, on a constaté que 13 batteries ont eu une durée de vie inférieure à 500 cycles de charge.

Le résultat de ce test remet-il en question l'affirmation du service commercial?